

# **BETONARME KİRİŞ PLASTİK MAFSAL KESİMLERİ PLASTİK DÖNME GÜVENİLİRLİĞİNİN TAHMİN EDİLMESİ ÜZERİNE**

## **ON THE ESTIMATION OF PLASTIC ROTATION RELIABILITY OF PLASTIC HINGE REGIONS IN REINFORCED CONCRETE BEAMS**

Altay Gündüz<sup>1</sup>

Sema Noyan<sup>2</sup>

### **SUMMARY**

The behaviour of a structure affected by earthquake motions must be ductile. This characteristic of the structure is related to the plastic rotation capacity of potential plastic hinge regions in the structure. The potential plastic hinge regions of structural systems, therefore, must be designed by considering the required levels of the plastic rotations at these regions. The plastic rotation capacity of a plastic hinge can be determined by using an equivalent curvature distribution in place of the actual distribution. On the other hand, the necessary plastic rotation of a plastic hinge can be assessed or estimated by different ways. However, both of the plastic rotations mentioned above are random variables. Therefore, the value of the performance function which is defined by difference of these rotations can be smaller or greater than zero. The probabilities associated with these states are known as the probability of failure and reliability, respectively. In this paper, equations will be derived above mentioned rotations and an approach will be proposed concerning with the estimation of reliability of potential plastic hinge regions.

### **ÖZET**

Deprem etkisinde kalan bir yapının davranışı düktil olmalıdır. Yapının bu özelliği, yapıdaki plastik mafsal kesimlerinin plastik dönme kapasitesiyle ilintilidir. Bu nedenle yapısal sistemlerin plastik mafsal kesimleri öngörülen plastik dönme gerçekleşecek şekilde tasarlanmalıdır. Bir plastik mafsalın plastik dönme kapasitesi plastik eğriliklerin gerçek dağılımına eşdeğer bir dağılımla belirlenebilir. Gereklenen plastik dönme farklı yaklaşımlarla tahmin edilebilir. Ne var ki, anılan dönmelerin ikisi de rasgele değişkendir. Dolayısıyla, bunların farkıyla tanımlanan performans fonksiyonu sıfırdan küçük ya da büyük değerler alabilir. Bu durumlara ilişkin olasılıklar, sırayla, göçme olasılığı ve güvenilirlik olur. Bildiride, anılan dönmelere ilişkin bağıntılar türetilecek ve potansiyel plastik mafsal kesimleri güvenilirliğinin tahmin edilmesiyle ilgili bir yaklaşım önerilecektir.

---

<sup>1</sup> Prof., YTÜ İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul

<sup>2</sup> Araş.Gör.Dr., YTÜ İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul

## GİRİŞ

Deprem etkisiyle titreşim yapan bir yapıda oluşan elastikötesi deformasyonlar yapının söndürüm yeteneğini artırır, deprem enerjisinin yutulmasına katkıda bulunurlar. Sönümdeki bir artış her zaman bir yapının tepki ivmesinin azalmasına neden olur. Sönüm, yapıdaki potansiyel plastik mafsallık kesimlerinin plastik dönme yapabilme kapasitesiyle ilintilidir. Şu halde, bir yapının öngörülen düktil davranışta bulunabilmesi için potansiyel plastik mafsallık kesimleri, tasarımın gerektirdiği ölçüde plastik dönme yapabilecek biçimde tasarlanmalıdır. Gene bu bağlamda, betonarme yapısal sistemlerin yenedendağılımlı doğrusal çözümlemesinde, eğilme momentleri yenedendağılımının oluşabilmesi; ve limit tasarımda, kabul edilen tasarım momentleri dağılımının gerçekleşebilmesi için potansiyel plastik mafsallık kesimleri, yeterli plastik dönme kapasitesine sahip olmalıdır.

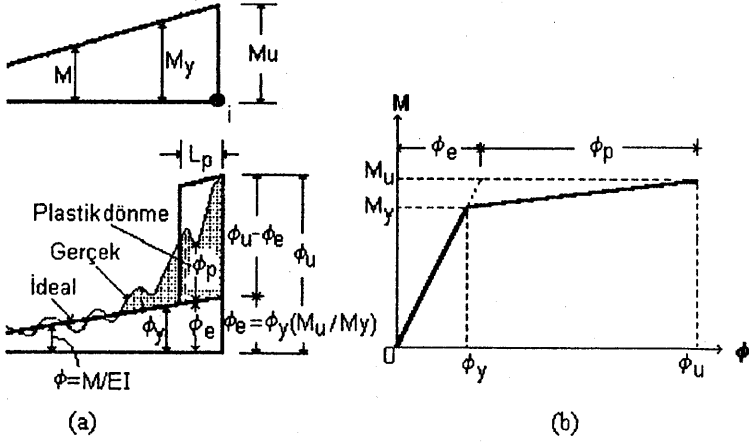
Makalede potansiyel plastik mafsallık kesimleri plastik dönme kapasitesinin, gerekenen plastik dönmenin ve plastik dönme güvenilirliğinin tahmin edilmesi bağlamında geliştirilen bir yaklaşım önerilecektir.

## PLASTİK DÖNME KAPASİTESİ

Betonarme düzlem çerçeve sistemlerde deprem yüküne ve genellikle düşey yüklere ilişkin eğilme momentleri, kiriş-kolon birleşim bölgelerinde ekstrem değerlerini alır. Dolayısıyla bu bölgeler potansiyel plastik mafsallık kesimleri kabul edilebilir. Bir kolona mesnetlenen bir kirişin son limit eğilme momenti kapasitesine ulaşmış uç bölümü, ve bu bölüme ilişkin eğrilik dağılımı Şekil 1a'da gösterilmiştir. Yanal donatıyla kuşatılmış basınç donatılı bir dikdörtgen kesitte, çekme -ve kimi zaman basınç-donatısının pekleşme evresinde bulunması kesitin en genel bir durumu olur. Kesitin bu durumuna ilişkin son limit momenti ile eğriliğinin belirlenmesini sağlayan ve tüm öteki durumları (pekleşmesiz, kuşatmasız ve basınç donatısız) için de geçerli olan bir algoritma ve bilgisayar programı Kay. 1 ve 2'de verilmiştir. Makalede, bir kesitin yanal donatıyla kuşatılmamış ya da kuşatılmış olmasına ilişkin son limit momentleri ve eğrilikleri, sırayla;  $M_u$ ,  $\phi_u$  ve  $M_{uc}$ ,  $\phi_{uc}$  ile belirtilecektir.

Kiriş bölümü gerçek eğrilik dağılımlarındaki dalgalanmalar, eğilme rijitliğinin, çatlak kesimlerinde azalması; çatlak kesimleri arasında ise -betonun katkısı nedeniyle artmasından kaynaklanır (Şekil 1a). Plastikleşme en azından akma momenti ve eğriliğinin olduğu yöreden başlar. Eğilme çatlaklarının sıklaştığı ve çatlak genişliklerinin büyüdüğü kritik kesimlerde yoğunlaşır. Bir kiriş kesitinin akma limiti, hangisine daha önce ulaşıyorsa, çekme donatısının akma birim uzaması ya da betondaki birim kısalmanın gerilme artmadan artmaya -betonun yumuşamaya-başladığı birim kısalma ile tanımlanabilir. Beton için anılan birim kısalma  $\epsilon_{co} = 0.0022$  kabul edilebilir [3]. CEB Sismik Model Yönetmeliği [4] kayıtlarına uyularak boyutlandırılan kesitlerde, çekme donatısının akma limiti ( $f_y, \epsilon_y$ ) karşılığı en dış beton basınç lifindeki birim kısalma 0.0022'den küçük olmaktadır [5]. Bu gibi durumlarda akma momenti ve eğriliği ( $M_y, \phi_y$ ; Şekil 1) Kay. 5'te verilen algoritmayla hesaplanabilir. Akma momenti ve eğriliği deneme-yanılma yöntemiyle de bulunabilir [5]. Kirişin plastikleşen bölümündeki plastik eğriliklerin ( $\phi_p$ ) toplamı, kritik kesitte

(i kesiti, Şekil 1a) oluşturduğu kabul edilen plastik mafsallın plastik dönme kapasitesini,  $\theta_a$ , verir.



Kesit kuşatılmışsa  $M_u$  ve  $\phi_u$  yerine  $M_{uc}$  ve  $\phi_{uc}$  konulur.

Şekil 1 (a) Eğrilik dağılımı ve plastik mafsall eşdeğer boyu ( $L_p$ ).

(b) Kuşatılmamış ve kuşatılmış kesitler için moment-eğrilik ilişkileri.

Plastik eğriliklerin dağılımını betimleyen, dolayısıyla anılan kapasiteyi belirleyen alan Şekil 1a'da taranarak gösterilmiştir. Bu kapasite, plastik eğriliklerin dağılımına eşdeğer bir dağılımla tahmin edilebilir. Daha açık anlatımla kapasite, Şekil 1a'daki taralı alana eşit, yüksekliği  $\phi_u - \phi_y$  ve genişliği plastik mafsall eşdeğer boyu ( $L_p$ ) terimiyle adlandırılan bir paralel kenarın ya da dikdörtgenin alanıyla belirlenebilir [6,7].

$$\theta_a = (\phi_u - \phi_e)L_p \quad (1a)$$

Kirişler için ihtiyatlı yaklaşımla  $L_p = 0.50d$  kabul edilebilir;  $d$ , kuşatılmamış kesit etkili derinliği [2,6,7].  $L_p$ , maksimum momentin oluşturduğu kritik kesitin bir yanı için eşdeğer uzunluktur (Şekil 1a). Sürekli kiriş orta mesnetlerinde olduğu gibi iki yanlı plastik mafsallarda  $L_p$  boyu, mafsallın solu ve sağı için hesaplanan eşdeğer uzunlukların toplamı olur.

Kuşatılmamış ve kuşatılmış kesitlere ilişkin moment-eğrilik ilişkileri ( $M-\phi$ ) Şekil 1b'de gösterilmiştir. Şekilden de açıkça görüleceği gibi, (1a) bağıntısındaki  $\phi_e$  terimi; kuşatılmamış kesitler için  $\phi_y(M_u/M_y)$ , kuşatılmış kesitler için  $\phi_y(M_{uc}/M_y)$  olur. Bu bakımdan, potansiyel plastik mafsall kesitlerinde sağlanabilen plastik dönme kapasitesinin aşağıdaki bağıntıyla tahmin edilmesi önerilir (Şekil 1a ve 1b) [2,7].

$$\theta_a = [\phi_u - (M_u/M_y)\phi_y] L_p \quad (1b)$$

Kuşatılmış kesitler için (1b) bağıntısındaki  $\phi_u$  ve  $M_u$  yerine  $\phi_{uc}$  ve  $M_{uc}$  konulur.

## GEREKSENEREN PLASTİK DÖNME

Beton ve çeliğin doğrusal olmayan davranışından kaynaklanan yenidendağılım olgusu [2,8] gözönünde bulundurularak, betonarme yapısal sistemlerin doğrusal çözümlenmesinden elde edilen momentler dağılımı üzerinde değişiklik yapılabilir. Yenidendağılımlı doğrusal yaklaşımların kapsamı ve kuralları yönetmeliklerde verilmiştir. Bu bağlamda, anılan ayarlama sonucu belirlenen momentler dağılımının gerçekleşmesi için gerekenen plastik dönmeler limit tasarımda olduğu gibi tahmin edilebilir ve tasarım denetlenebilir.

*Limit tasarım*, doğrusal olmayan çözümlene yöntemlerinin tasarım kolaylığı için değiştirilmiş, ayarlanmış biçimidir. Yaklaşımda önce, yenidendağılım olgusu mesnet alınarak, doğrusal çözümlenmeden farklı ve son limit tasarım yükleriyle dengede bir eğilme momentleri kabul edilir. Yapısal sistem bu dağılıma göre boyutlandırılır ve donatılır. Sonra, tasarım momentlerinin gerçekleşmesini sağlayacak kritik kesit plastik dönmelerinin tahmin edilmesine ilişkin bir çözümlene yapılır ve bu kesitler belirlenen dönmeler gelişecek biçimde tasarlanır. Bu bağlamda, statik belirsizliği n olan bir yapısal sistemde, tasarım momentlerinin gelişmesi için potansiyel plastik mafsallarda oluşması gerekli plastik dönmeler,  $\theta_{pi}$ , (2) bağıntısıyla tahmin edilebilir.

$$\delta_{i0} + \sum_{k=1}^n \delta_{ik} M_{uk} = -\theta_{pi} \quad (2)$$

$M_{uk}$  = k mafsalı için kabul edilen tasarım momenti (kuşatılmış kesit için  $M_{uck}$ ).  $\delta$  fleksibilite katsayıları kuvvet yönteminde olduğu gibi belirlenir; belirlenmelerde  $EI = M_y / \phi_y$  kabul edilebilir [2,6,8]. Herhangi bir i mafsalı için gerekenen plastik dönme  $\theta_{pi}$  ve kapasite  $\theta_{ai}$  ise, şu durumlar gerçekleşmelidir:  $\theta_{ai} \geq \theta_{pi}$  ve  $\theta_{pi} > 0^*$ .  $\theta_{ai}$  kapasitesi yetersizse, basınç donatısı artırılarak ve/veya mafsal kesitlerindeki kuşatma donatısı ayarlanarak öngörülen kapasite sağlanabilir [2,7]. (2) bağıntısıyla yenidendağılımlı doğrusal çözümlene sonucu belirlenen momentler dağılımının geçerliliği de denetlenebilir. Bundan başka, öngörülen yapısal sistemin düktil davranış düzeyine göre gerekenen plastik dönmeler için deterministik götürü değerler kabul edilmesi de mümkündür.

## PLASTİK DÖNMELERİN GÜVENİLİRLİĞİ

Bir yapısal sistemin ya da elemanın *güvenilirliği* onun öngörülen işlevini yapma, performansı gösterme olasılığıyla tanımlanabilir. Sistemin ya da elemanın davranış *performans fonksiyonu* terimiyle adlandırılacak bir matematiksel modelle betimlenebilir [9,10,11].

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3)$$

$X_1, X_2, \dots, X_n$ , sistemin ya da elemanın tasarım temel değişkenleri (yükler, malzeme mukavemetleri, boyutlar vb.).

\*Limit tasarım konusunda ayrıntılı bilgi için bkz. Kay. 2,8.

Örneğe, bir yapısal elemana gelen yük etkisi S ve elemanın ilgili mukavemeti R ise performans fonksiyonu  $Z=R-S$  olur. Fonksiyonun değişkenleri rasgele değişken büyüklükler olduğu için fonksiyon kimi zaman sıfırdan küçük kimi zaman da sıfırdan büyük değer alabilir. Performans istemi  $Z = 0$  ile sınırlandırılabilir, ve bu durum *sistemin limit durumu* olarak tanımlanabilir.  $Z > 0$  *güvenli durumu*,  $Z < 0$  *göçme durumunu* belirtir. Şu halde sorun, *göçme olasılığının*,  $p_F = P(Z \leq 0)$ , ve *güvenilirliğin* (kalıcılık olasılığı),  $p_S = P(Z > 0) = 1 - p_F$ , belirlenmesidir.

Anılan olasılıkların, olasılık entegralleriyle belirlenmesi ideal çözümdür. Ne var ki böyle bir çözüm, performans fonksiyonu değişkenlerinin olasılık yoğunluk fonksiyonlarının bilinmesini gerektirir. Oysa pratikte, bu değişkenlere ilişkin istatistiksel bilgiler çoğu zaman, bunların ortalama değerleri ( $m_X$ ) ve standart sapmaları ( $\sigma_X$ ) ile sınırlı kalmaktadır. Bu gibi durumlarda sözkonusu olasılıklar doğrudan ya da iterasyonlu *ikinci-moment* (varyans) ya da *Monte Carlo benzeşimi* yaklaşımlarıyla belirlenebilir [10]. Makalede, plastik dönme güvenilirliğinin *doğrudan ikinci-moment yaklaşımı* ile nasıl tahmin edilebileceği açıklanacaktır.

Anılan yaklaşımda, değişkenlerinin  $m$  ve  $\sigma$  değerleri bilinen bir performans fonksiyonunun *birinci-aşama yaklaşık* ortalama değeri ve varyansı şöyle belirlenir [9,10,11].

$$m_Z \cong g(m_1, m_2, \dots, m_n) \quad (4)$$

$$\text{Var}(Z) = \sigma_Z^2 \cong \sum_{i=1}^n (\partial g / \partial X_i)^2 \text{Var}(X_i) \quad (5)$$

Kısmi türevler ortalama değerlere göre değerlendirilir.

$m_Z$  ve  $\sigma_Z$  değerleri yukarıdaki bağıntularla hesaplanan bir performans fonksiyonunun olasılık dağılımı, *merkezi limit teoremine* göre, normal kabul edilebilir;  $N(m_Z, \sigma_Z)$  [12].

Olasılık dağılımı normal bir performans fonksiyonunda  $Z=0$  göçme durumu karşılığı *standart normal dağılım*,  $N(m=0, \sigma=1)$ , değişkeninin değeri  $s = -m_Z/\sigma_Z$  olur; dolayısıyla göçme ve kalıcılık olasılıkları şu bağıntularla belirlenebilir [9-12].

$$p_F = P(Z \leq 0) = \Phi(-m_Z/\sigma_Z) = 1 - \Phi(m_Z/\sigma_Z) \quad (6)$$

$$p_S = 1 - p_F = \Phi(m_Z/\sigma_Z) \quad (7)$$

$\Phi(\cdot)$  = standart normal dağılım fonksiyonu.

Bu açıklamalara göre, bir potansiyel plastik mafsalin plastik dönmesine ilişkin performans fonksiyonu (8) bağıntısıyla tanımlanabilir, ve (4) ilâ (7)bağıntılarıyla  $p_F$  ve  $p_S$  olasılıkları belirlenebilir.

$$Z = \theta_a - \theta_p \quad (8)$$

$\theta_a$  ve  $\theta_p$  değerlerini veren bağıntuların içerdiği rasgele değişkenlerin  $m$  ve  $\sigma$  değerleri (4) ve (5) bağıntılarıyla hesaplanabilir. Matematiksel işlenebilirliği artırmak için bu

belirlemelerde, yüklerin ve malzeme mukavemetlerinin dışında kalan rasgele değişkenler deterministik değişken kabul edilebilir.

### UYGULAMA

Performans fonksiyonu ve içerdği normal dağılımlı rasgele değişkenlerin  $m$ ,  $\sigma$  ve  $V(=\sigma/m=\text{varyasyon katsayısı})$  değerleri aşağıda verilen bir potansiyel plastik mafsala ilişkin  $p_F$  ve  $p_S$  olasılıklarını belirleyelim\*.

$$Z = [\phi_u - (M_u/M_y)\phi_y] L_p - \theta_p$$

$X_i$	$m_i$	$\sigma_i$	$V_i$
$\phi_u$ (rad/m)	0.04	0.002	0.05
$\phi_y$ (rad/m)	0.002	0.0001	0.05
$M_u$ (kNm)	300	45	0.15
$M_y$ (kNm)	275	27.5	0.10
$L_p$ (m)	0.35	0.035	0.10
$\theta_p$ (rad)	0.005	0.00075	0.15

$$m_Z = [0.04 - (300/275) \times 0.002] \times 0.35 - 0.005 = 0.00824 \text{ rad} \quad (4)$$

$$X_i \quad (\partial g / \partial X_i)^2 \text{ Var}(X_i), \quad (\text{rad})^2$$

$\phi_u$	$(0.35)^2 \times (0.002)^2$	= 4.9 E-07
$\phi_y$	$(-300 \times 0.35 / 275)^2 \times (0.0001)^2$	= 0.015 E-07
$M_u$	$(-0.002 \times 0.35 / 275)^2 \times (45)^2$	= 0.131 E-07
$M_y$	$(300 \times 0.002 \times 0.35 / 275)^2 \times (27.5)^2$	= 0.058 E-07
$L_p$	$(0.04 - 300 \times 0.002 / 275)^2 \times (0.035)^2$	= 17.52 E-07
$\theta_p$	$(0.00075)^2$	= 5.625 E-07

$$\text{Var}(Z) = \sigma_Z^2 = 28.249 \text{ E-07 (rad)}^2 \quad (5)$$

$$\sigma_Z = 1.68 \text{ E-03 rad}$$

$$p_F = 1 - \Phi(0.00824 / 0.00168) = 1 - \Phi(4.90) = 0.479183 \text{ E-06} \quad (6)$$

$$p_S = 0.9999995208 \quad (7)$$

\*Değişkenlerin olasılık dağılımları normal değilse bu dağılımlar eşdeğer normal dağılıma dönüştürülerek olasılıklar belirlenebilir (bkz. Kay. 9).

(5) bağıntısındaki  $(\partial g / \partial X_i)^2 \text{Var}(X_i)$  terimi,  $X_i$  değişkeninin  $Z$  nin varyansına katkısını belirtir. Bu katkı öteki değişkenlerin katkısına göre küçükse  $X_i$  deterministik değişken kabul edilebilir. Bu bakımdan yukarıdaki örnekte  $\phi_y$ ,  $M_u$  ve  $M_y$  değişkenleri yalnızca ortalama değerleriyle hesaba katılabilir.

## SONUÇ VE ÖNERİLER

Olasılıksal çözümleme sonuçlarının güvenilirliği, her şeyden önce, bu çözümlerinde mesnet alınan matematiksel modellerin ilgili yapısal davranışı olabildiğince gerçeğe yakın biçimde betimlemesine bağlıdır. Bildiride, plastik dönmelere ilişkin önerilen matematiksel modeller bu önerme gözönünde bulundurularak geliştirilmiştir.

Günümüzde, betonarme yapıların limit durumlara göre tasarımında yapısal güvenlik "yarı-olasılıksal" kısmi güvenlik katsayıları yaklaşımıyla sağlanmakta; hesaplanmayan göçme riskinin, katsayıların belirlenmesinde kabul edilen düzeyde olduğu varsayılmaktadır. Plastik dönmelerin deprem enerjisinin yutulmasına önemli katkısı dolayısıyla bu "örtülü" risk düzeyinin bildiride sunulan yaklaşımla denetlenmesi önerilir.

Gerekiyorsa sözkonusu güvenilirlik, iterasyonlu ikinci-moment yaklaşımıyla daha duyarlı şekilde tahmin edilebilir. Bu bağlamda, malzeme mukavemetlerinin lognormal, zamanla-değişmeyen yüklerin normal, zamanla değişen yüklerin Tip I asimptotik, ve deprem yüklerinin Tip I ya da Tip II asimptotik dağılımlı olduğu kabul edilebilir.

## SEMBOLLER

$L_p$	plastik mafsalsal eşdeğer boyu
$M_u, M_{uc}$	kuşatılmamış ve kuşatılmış kesit son limit momentleri
$M_y$	akma momenti
$P, p$	olasılık
$V$	varyasyon katsayısı
$\text{Var}$	varyans
$X$	rasgele değişken
$Z$	performans fonksiyonu
$m$	ortalama değer
$P_F$	göçme olasılığı/göçme riski
$P_S$	güvenilirlik/kalıcılık olasılığı
$\theta_a$	plastik mafsalsal plastik dönme kapasitesi
$\theta_p$	gereksenen plastik dönme
$\sigma$	standart sapma
$\phi_e, \phi_p$	elastik ve plastik eğrilikler
$\phi_u, \phi_{uc}$	kuşatılmamış ve kuşatılmış kesit son limit eğrilikleri
$\phi_y$	akma eğriliği

## KAYNAKLAR

1. Gündüz, A. (1990), "Kuşatılmamış betonlu dikdörtgen kiriş kesitleriyle ilgili geliştirilmiş bir tasarım algoritması," *Teknik Dergi*, Cilt 1, Sayı 3, ss. 133-146, Ankara.
2. Noyan, S. (1994), "Çok-katlı ve çok-açıklıklı betonarme düzlem çerçeve sistemlerin limit tasarımı için geliştirilmiş bir yaklaşım," Doktora tezi, *Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, 272 s, İstanbul.
3. CEB (1993), "CEB-FIP Model Yönetmeliği 1990," *Bulletin d'Information* 213-214, Published by Thomas Telford Services Ltd., 437 pp., London, (İngilizce).
4. CEB (1985), "Beton Yapıların Sismik Tasarımı için CEB Model Yönetmeliği," *Bulletin d'Information* 165, 58 pp., Lausanne.
5. Gündüz, A. (1986), "Kuşatılmamış betonlu dikdörtgen kiriş kesitlerinde moment-eğrilik ilişkilerinin belirlenmesiyle ilgili bir tasarım algoritması," *Yıldız Üniversitesi Dergisi*, Sayı 1, ss. 17-28, İstanbul.
6. Park, R., and Paulay, T. (1975), *Betonarme Yapılar*, 769 pp., Wiley, New York, (İngilizce).
7. Gündüz, A., ve Noyan, S. (1991), "Betonarme kirişlerde plastik mafsallı dönme kapasitelerinin belirlenmesiyle ilgili bir yaklaşım," *Yıldız Üniversitesi Dergisi*, Sayı 1-4, ss. 29-36, İstanbul.
8. Gündüz, A. (1993), "Betonarme kirişlerin limit tasarımı için geliştirilmiş bir yaklaşım," *Yıldız Teknik Üniversitesi Dergisi*, Sayı 1, ss. 68-75, İstanbul.
9. Ang, A. H-S., and Tang, W.H. (1984), *Mühendislik Planlamasında ve Tasarımında Olasılık Kavramları*, V.II, *Karar, Risk ve Güvenilirlik*, 562 pp., Wiley, New York, (İngilizce).
10. Gündüz, A. (1988), "Yapısal risk çözümlemesi ve betonarme yapıların güvenilirliğe dayanan tasarımı," *Bulletin of the Technical University of Istanbul*, V.41, No.3, pp. 387-399, İstanbul, (İngilizce).
11. Gündüz, A. (1991), "Yapısal güvenilirlik ve betonarme yapısal sistemlerin güvenilirliğe dayanan tasarımı," *Teknik Dergi*, Cilt 2, Sayı 3, ss. 367-383, Ankara.
12. Ang, A. H-S., and Tang, W.H. (1975), *Mühendislik Planlamasında ve Tasarımında Olasılık Kavramları*, V.I, *Temel İlkeler*, 409 pp., Wiley, New York, (İngilizce).