

DEPREM YÜKLERİ ALTINDA TOPRAK BARAJLARIN ELASTO-PLASTİK DAVRANIŞI

ELASTO-PLASTIC EARTHQUAKE RESPONSE OF EARTH DAMS

Zeki ÖZCAN¹ ve Zekai CELEP²

SUMMARY

In this study, elastic and elasto-plastic responses of earth and rockfill dams subjected to dynamic and repeated loading as earthquake are presented. For this purpose the dam is modelled as a one dimensional shear-wedge. To provide cyclic stress-strain response of earth dam material, elasto-plastic constitutive equations satisfying plasticity theory are employed. The relationship between shear stress and strain which represents the skeleton curve is assumed to be hyperbolic and symmetric with respect to the origin. The analysis is carried out by using the finite element method. Numerical results are obtained and presented in figures for a typical cross-section of Atatürk Dam embankment viewing upstream-downstream. The EW component of the Erzincan Earthquake of March 13, 1992 has been utilized in the numerical calculations.

ÖZET

Bu çalışmada, toprak ve kaya dolgu barajların deprem yükleri altında elastik ve elasto-plastik çevrimsel davranışı incelenmiştir. Bu amaçla baraj bir boyutlu (1B), tabakalardan oluşan kayma kaması olarak modellenmiştir. Baraj malzemesinin çevrimsel gerilme-şekil değiştirme davranışı için plastisite teorisine uygun elasto-plastik bünye denklemleri kullanılmıştır. Kayma gerilmesi ile şekil değiştirme arasındaki iskelet eğrisi, hiperbolik ve başlangıca göre simetrik kabul edilmiştir. Sayısal çözümlerde Sonlu Elemanlar Yöntemi kullanılmıştır. Örnek olarak Atatürk Barajı gövdesi menba-mansab doğrultusunda tipik bir enkesit alınarak, sayısal sonuçlar elde edilmiş ve grafiklerle sunulmuştur. Sayısal örneklere 13 Mart 1992 Erzincan depremi D-B bileşeni ivme kaydı dış yük olarak uygulanmıştır.

GİRİŞ

Barajlar yapılış amaçlarına uygun olarak arkalarında büyük su kütleleri tutan mühendislik yapılarıdır. Baraj gövdesi statik halde hidrostatik kuvvetleri karşılmasına rağmen, deprem olması durumunda ilave kuvvetlere maruz kalmaktadır. Bu yapıların yıkılması veya ağır hasar görmesi insan hayatı ve ekonomik kayıplar açısından büyük felaketlere sebep olabilirler. Bu yüzden barajların deprem güvenliklerinin sağlanması çok önemli bir mühendislik problemidir. Bununla birlikte toprak barajların modellenmesi ve dinamik analizi oldukça karmaşıktır.

¹ Araş. Gör. SA.Ü., Mühendislik Fakültesi, İnşaat Müh.Böl., Sakarya

² Prof. Dr. İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, Maslak, İstanbul

Çözümün zorluklarının başında baraj malzemesinin homojen olmayan bir yapıda olması, tekrarlı yükler altında farklı davranış göstermesi, çok büyük yapılar olması ve tabakalar halinde inşa edilmeleri sayılabilir. Bu nedenle problemin analitik veya sayısal çözümünü kolaylaştıracak kabullerin yapılması zorunlu hale gelmektedir.

Son yıllarda pek çok araştırmacı tarafından bir boyutlu (1B) kama biçimli kayma kirişi modeli yaygın biçimde kullanılmıştır [1,3,6,11,12]. Baraj ortalama uzunluğunun yüksekliğine oranı 4 veya daha büyük ($L/H > 4$) olduğu durumlarda 1B modelin gerçek baraj davranışına çok yakın sonuçlar verdiği yerinde yapılan deneyler ve deprem sırasında alınan kayıtlarla gösterilmiştir [1,3,4,5,6,9]. L/H oranının 4 den küçük olduğu hallerde iki boyutlu (2B) veya üç boyutlu (3B) modellerin kullanılması tavsiye edilmektedir.

Bu çalışmada, 1B kayma kirişi modelini esas alan basitleştirilmiş bir yöntem Atatürk Barajı için uygulanmıştır. Bu yöntemde baraj gövdesi, yalnız kayma şekil değiştirmelerinin hesaba katıldığı ve böylece baraj yüksekliğince kayma dalgalarının yayıldığı, tabakalardan oluşan ve rijit bir zemine oturan 1B modelle temsil edilir [3,6,10]. Zeminin (baraj malzemesi olarak) elastik ve küçük şekil değiştirmeler yaptığı kabul edilmesi ve daha sonra yazılan ifadelerle sönüm katılması yaygın bir biçimde yapılmaktadır [6,8,11]. Ancak zeminin plastik şekil değiştirmelere maruz kaldığı kuvvetli yer hareketi durumunda doğrusal olmayan davranışı yansıtan ve daha gerçekçi çözümlere ihtiyaç duyulmaktadır. Zemini temsil eden parametrelerin çoğaltılması ve bunlarla yaklaşımın iyileştirilmesinde dikkat edilecek husus, bunların belirlenmesinde ortaya çıkan güçlüklerdir. Parametrelerin çoğaltılması ile de çözüm zamanının uzayacağı dikkate alınması gereken diğer bir husustur.

Elasto-plastik davranışı temsil eden çevrimsel bir gerilme-şekil değiştirme bağıntısı bu güçlükleri kısmen ortadan kaldıran bir model olarak ortaya konmuştur [3,6,7,10,11,12].

Modellenen barajın deprem davranışını belirlemek için 13 Mart 1992 Erzincan Depremi D-B ivme bileşeni ile zorlandığı kabul edilmiş ve Sonlu Elemanlar Yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Hareket denkleminin sayısal çözümü doğrusal ivme değişimi yöntemi ile yapılmıştır [2]. Bu çalışmada viskoz sönümle birlikte çevrimsel davranıştan ortaya çıkan sönümün varlığı da gözönüne alınmıştır. Lineer elastik ve elasto-plastik davranış kabulü ile bulunan sonuçların ayrı ayrı verildiği grafiklerde yerdeğiştirmelerin ve gerilmelerin zamana bağlı değişimleri karşılaştırılmıştır.

DOĞRUSAL ELASTİK DAVRANIŞ

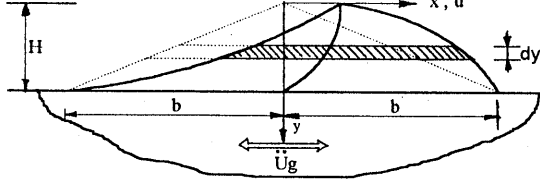
Hareket Denklemi:

Hareket denklemi 1B kayma kaması modeli için Şekil 1 den,

$$\rho(y)\alpha y \ddot{u}(y, t) - \frac{\partial}{\partial y} \left[\alpha y G(y) \frac{\partial u}{\partial y}(y, t) \right] = -\rho(y)\alpha y \ddot{u}_g(t) \quad (1)$$

olarak elde edilir.

Burada görüldüğü gibi sadece kayma şekil değiştirmeleri gözönüne alınmıştır. $\rho(y)$ ve $G(y)$ sırası ile derinlikle değişen kütle yoğunluğunu ve kayma modülünü, $\alpha(=2b/H)$ baraj eğimini (Şekil 1), $u(y,t)$ tabakanın ana kayaya göre olan relatif yatay yerdeğiştirmesini, $\ddot{u}_g(t)$ de yatay yer hareketi ivmesini göstermektedir.



Şekil 1..Baraj için bir boyutlu (1B) kayma kirişi modeli.

Sınır Şartları:

Baraj üst yüzeyinde kayma gerilmesinin bulunmaması ve ana kaya üzerinde relatif yerdeğiştirmenin sıfır olması şeklindeki sınır şartları Şekil 1 den ,

$$\frac{\partial u(0, t)}{\partial y} = 0 \quad , \quad u(H, t) = 0 \quad (2)$$

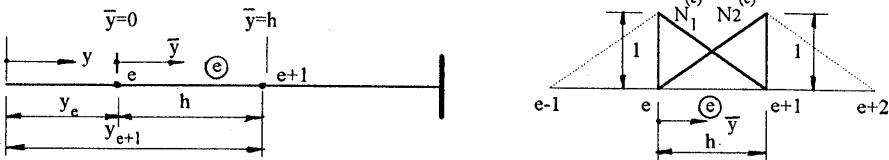
olarak yazılabilir.

Sonlu Eleman Formülasyonu:

Hareket denkleminin (1) çözümü için, seçilen bir sonlu elemanda yalnız yatay yerdeğiştirmeler olduğundan, Şekil 2 de verilen doğrusal bir sonlu eleman seçilerek,

$$u = u_1 (1 - \bar{y}/h) + u_2 (\bar{y}/h) = u_1 N_1 + u_2 N_2 \quad (3)$$

şeklinde yerdeğiştirme fonksiyonu kullanılabilir.



Şekil 2. Çubuk sonlu elemanı ve lineer şekil fonksiyonları.

Hareket denkleminin (1) eleman boyunca ($0 \leq \bar{y} \leq h$) kısmi integrasyonundan, eleman için hareket denklemi matris formunda,

$$[M] \{ \ddot{u} \} + [K] \{ u \} = \{ F \} \quad (4)$$

olarak elde edilir. Burada $[M]$ ve $[K]$ sırasıyla eleman kütle ve rijitlik matrislerini, $\{F\}$ dış yük vektörünü göstermektedir.

Matris elemanlarının açık ifadeleri aşağıdaki şekilde verilebilir:

$$[M]_e = \rho \int_0^h (y_e + \bar{y}) N_i N_j d\bar{y} = \frac{\rho h}{12} \begin{bmatrix} (y_{e+1} + 3y_e) & (y_{e+1} + y_e) \\ (y_{e+1} + y_e) & (3y_{e+1} + y_e) \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

$$[K]_e = G \int_0^h (y_e + \bar{y}) \frac{\partial N_i}{\partial \bar{y}} \frac{\partial N_j}{\partial \bar{y}} d\bar{y} = \frac{G}{2h} \begin{bmatrix} (y_{e+1} + y_e) & (y_{e+1} + y_e) \\ (y_{e+1} + y_e) & (y_{e+1} + y_e) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$\{F\}_e = -\rho \ddot{u}_g \int_0^h (y_e + \bar{y}) N_i d\bar{y} = \frac{1}{6} \rho h \ddot{u}_g \begin{Bmatrix} y_{e+1} + 2y_e \\ 2y_{e+1} + y_e \end{Bmatrix} \quad (5.3)$$

Sayısal çözümler elde etmek için FORTRAN 77 programlama dilinde bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Bu program yardımı ile eleman matrislerinin herbiri sonlu eleman ağındaki numaralama ve sınır şartları göz önünde bulundurularak birleştirilmiş ve sistem hareket denklemini oluşturan matrisler elde edilmiştir. Doğal frekanslar için,

$$[M] \{ \ddot{u} \} + [K] \{ u \} = \{ 0 \} \quad (6)$$

denklem sisteminden faydalanılmıştır.

Kütle ve rijitlik matrisi ile orantılı bir viskoz sönüm matrisi,

$$[C] = a_1 [M] + a_2 [K] \quad (7)$$

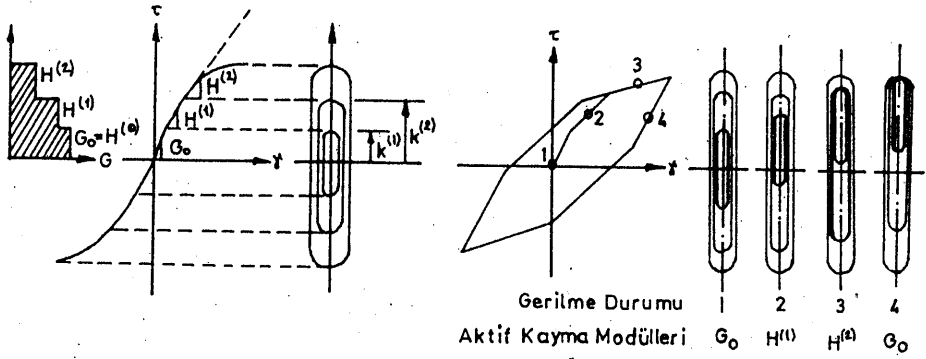
şeklinde kabul edilerek hareket denklemine (4) eklenmiştir. a_1 ve a_2 katsayıları birinci modda % 10, ikinci modda % 15 kritik sönüm kabul edilerek bulunmuştur.

ELASTO-PLASTİK DAVRANIŞ

Zeminin elasto-plastik davranışının modellenmesi için kayma gerilmesi ile kayma şekil değiştirmesi arasında doğrusal olmayan bir çevrimsel bağıntının bulunduğu kabul edilmiştir. Bu modelle ilgili temel ilkeler Şekil 3 de gösterilmiştir. Zeminin ilk yüklenme davranışını gösteren gerilme-şekil değiştirme eğrisi İskelet Eğrisi olarak verilir. Zemin temel davranış eğrisi olarak da zemin dinamiğinde yaygın bir şekilde kullanılan hiperbolik zemin modeli,

$$\tau = G_0 \gamma_r / (1 + \gamma / \gamma_r) \quad (8)$$

kabul edilmiştir. Burada G_0 başlangıç kayma rijitliğini ve γ_r hiperbolik davranış kontrol eden karakteristik bir zemin şekil değiştirmesini göstermektedir.



Şekil 3. Kullanılan elasto-plastik zemin modeli ve ayrıştırılması.

Doğrusal olmayan bu eğrinin başlangıca göre simetrik alınması uygundur. Bu şekilde elasto-plastik davranış gösteren türden tarif edilen, doğrusal olmayan davranış eğrisinde, rijitlik (kayma modülü) kayma gerilmesine bağlı olarak değişmektedir. Artan kayma gerilmelerinde zemin daha kolay şekil değiştirme yapabilir duruma gelmektedir. Sayısal hesaplarda, sürekli olan bu eğri, doğru parçaları ile temsil edilebilir. Bu doğrunun eğimi de karşı gelen seviyedeki ve bu bölgede sabit alınan rijitliği göstermektedir. Bu doğru parçalarının sayısı, sayısal çözümlemenin hassaslığı ile ilgilidir. Temel davranış eğrisinin parçalara ayrılması ve boşalmanın farklı yolla yapılması, her doğru parçasının ayrı bir akma yüzeyi tarif ettiği kabulü ile yapılabilir. Bir boyutlu gerilme durumunda akma eğrisi iki uç nokta ile temsil edileceği için, iç içe yuvalanmış akma yüzeyleri ,

$$f^{(m)} = [\tau - \alpha^{(m)}]^2 - [k^{(m)}]^2 = 0 \quad (9)$$

olarak yazılabilir. Burada; $k^{(m)}$ akma yüzeyinin bir doğrultudaki genişliğini, $\alpha^{(m)}$ bunun başlangıca göre olan ötelenmesini göstermektedir. m akma yüzeyi ile ilgili elasto-plastik kayma modülü $H^{(m)}$ olarak gösterilirse gerilme-şekil değiştirme ilişkisi artımlar türünden,

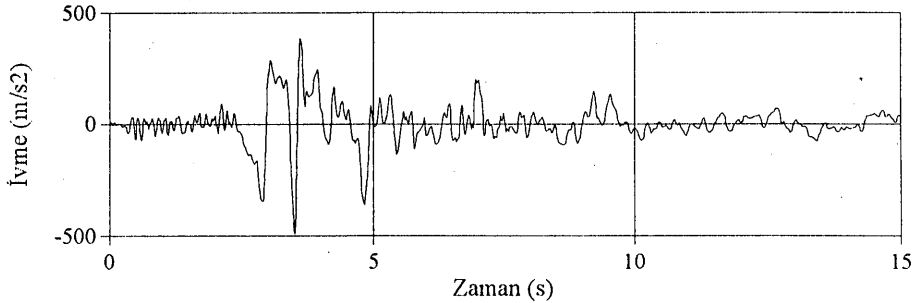
$$\dot{\tau} = H^{(m)} \dot{\gamma} \quad (10)$$

olarak yazılabilir.

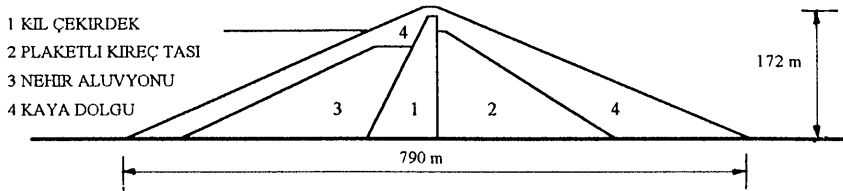
Zemin elemanının rijitlikleri, eğri ile ilişkili olarak çizilen yuvalar yoluyla da açıklanabilir. Buna göre birbiri içinde bulunan yuvaların herbirinde dışarıya doğru azalan rijitlikler tarif edilmiştir. Yükleme durumunda esas davranış eğrisi üzerinde ilerlerken bu rijitlikler sırayla geçilir. Belirli bir gerilme seviyesinde boşalma sözkonusu olduğunda, dönüş eğrinin başlangıçtaki durumuna paralel olacaktır. Bu durum da, Şekil 3 de ayrıştırılmış davranış eğrisinde gösterildiği gibi 4 rijitliğinin 1 rijitliğine eşit olması ile sağlanır. Boşalmaya devam edilirse, iskelet eğrisinin simetrik olduğunda düşünülerek 1 rijitliğinden 2 rijitliğine geçilir. Böylece açıklanan davranışa uyulmuş olur [3,6,10,12]. Sayısal çözümlemede, her sonlu eleman tabakasının davranış eğrisinin üzerindeki konumu, geçirdiği konumlarda da hatırlanarak, elastik davranış için verilen sonlu eleman formülasyonu burada da kullanılabilir.

SAYISAL ÇÖZÜMLER ve SONUÇLAR

Sunulan yöntemeye sayısal örnek olarak Eylül 1985 - Ağustos 1990 yılları arasında Fırat Nehri üzerine kaya dolgu olarak inşa edilen Atatürk Barajının Erzincan 1992 Depremi D-B ivme bileşeni (Şekil 4) altında lineer elastik ve elasto-plastik davranışı incelenmiştir.



Şekil 4. 13 Mart 1992 Erzincan Depremi D-B ivme bileşeni



Şekil 5. Atatürk Barajı menba-mansab doğrultusunda idealleştirilmiş enkesiti.

Çözümlerde Şekil 5 de görülen menba-mansab doğrultusunda tipik enkesit kullanılmıştır. Baraj yüksekliği $H = 172 \text{ m}$, ortalama baraj uzunluğu $L = 1100 \text{ m}$, ortalama baraj uzunluğu / yüksekliği (L/H) 6.4 dür. Kayma modülü $G_0 = 570 \text{ MPa}$, birim hacim ağırlığı $\gamma (= \rho g) = 22 \text{ kN/m}^3$ değerleri için ilk üç lineer doğal frekans Denklem-6 dan hesaplanmış ve Tablo 1 de verilmiştir.

Tablo 1. Doğal frekansların ω_i (Hz.) sonlu eleman sayısı ile değişimi.

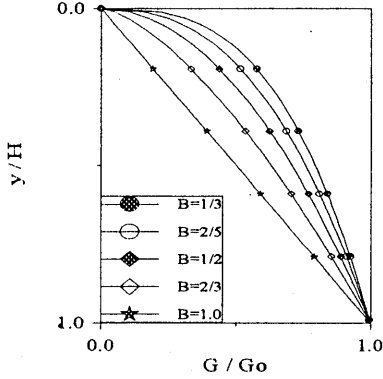
	n = 10	n = 20	n = 30	n = 40	Analitik
ω_1	1.1332	1.1328	1.1327	1.1327	1.1327
ω_2	2.6222	2.6056	2.6025	2.6014	2.6000
ω_3	4.1766	4.1014	4.0873	4.0824	4.0759

Sayısal çözümlerde, 1B kayma kaması olarak modellenen baraj enkesitinin 20 sonlu elemana ayrılması yeterli bulunmuştur.

Kayma modülünün baraj yüksekliğince değişimi için,

$$G(y) = G_0 (y / H)^B \quad (B = 0.0, 1/3, 2/5, 1/2, 2/3, 1.0) \quad (11)$$

ifadesi kullanılmış ve bu değişim Şekil 6 da, doğal frekansların buna bağlı değişimi de Tablo 2 de verilmiştir.



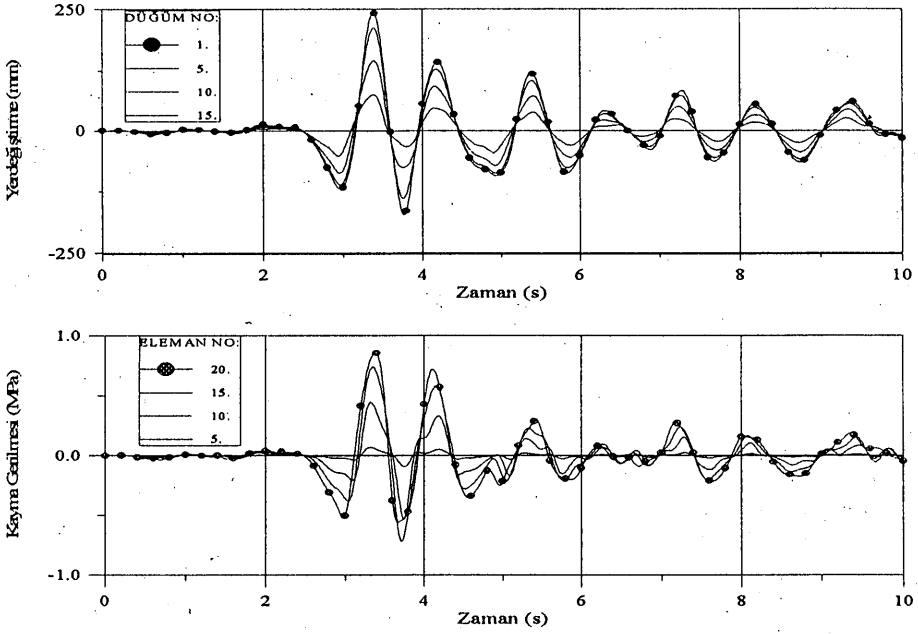
Şekil 6. Kayma modülünün B ile değişimi

Tablo 2. Kayma modülü değişimi (B) ile doğal frekansların değişimi

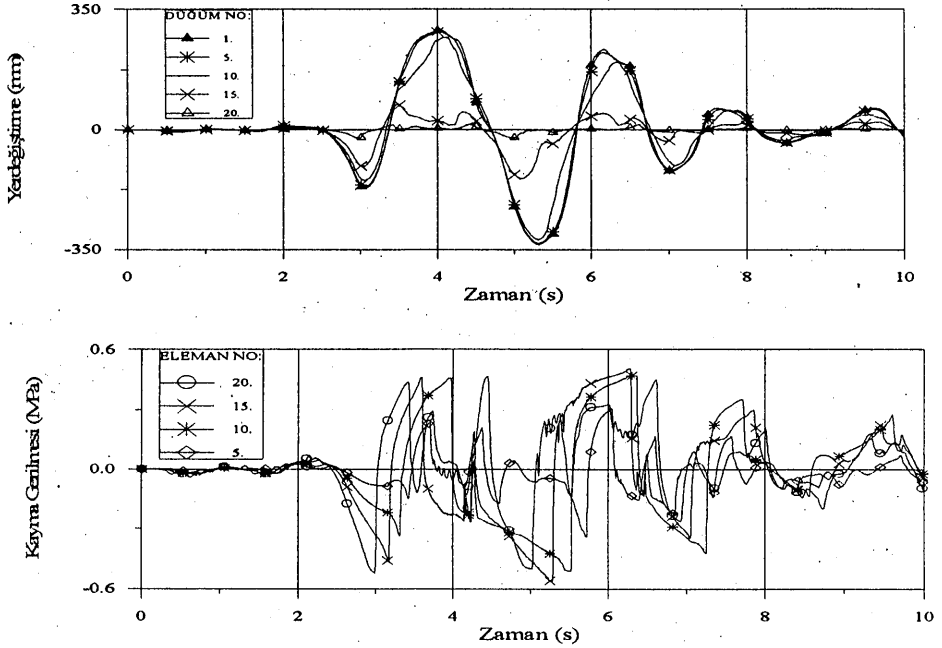
ω_i B	ω_1 (Hz)	ω_2 (Hz)	ω_3 (Hz)
0.0	1.133	2.606	4.101
1/3	1.063	2.292	3.538
2/5	1.048	2.229	3.425
1/2	1.025	2.134	3.255
2/3	0.986	1.975	2.970
1.0	0.902	1.649	2.387

Yapılan bu çalışmada baraj yüksekliğince sabit $\gamma_r = 0.0013$ ve kayma modülünün ($B=1/3$) şeklinde değiştiği kabul edilerek sonuçlar elde edilmiştir. Sonuçlar yerdeğiştirme ve kayma gerilmelerin zamanla değişimleri olarak verilmiştir.

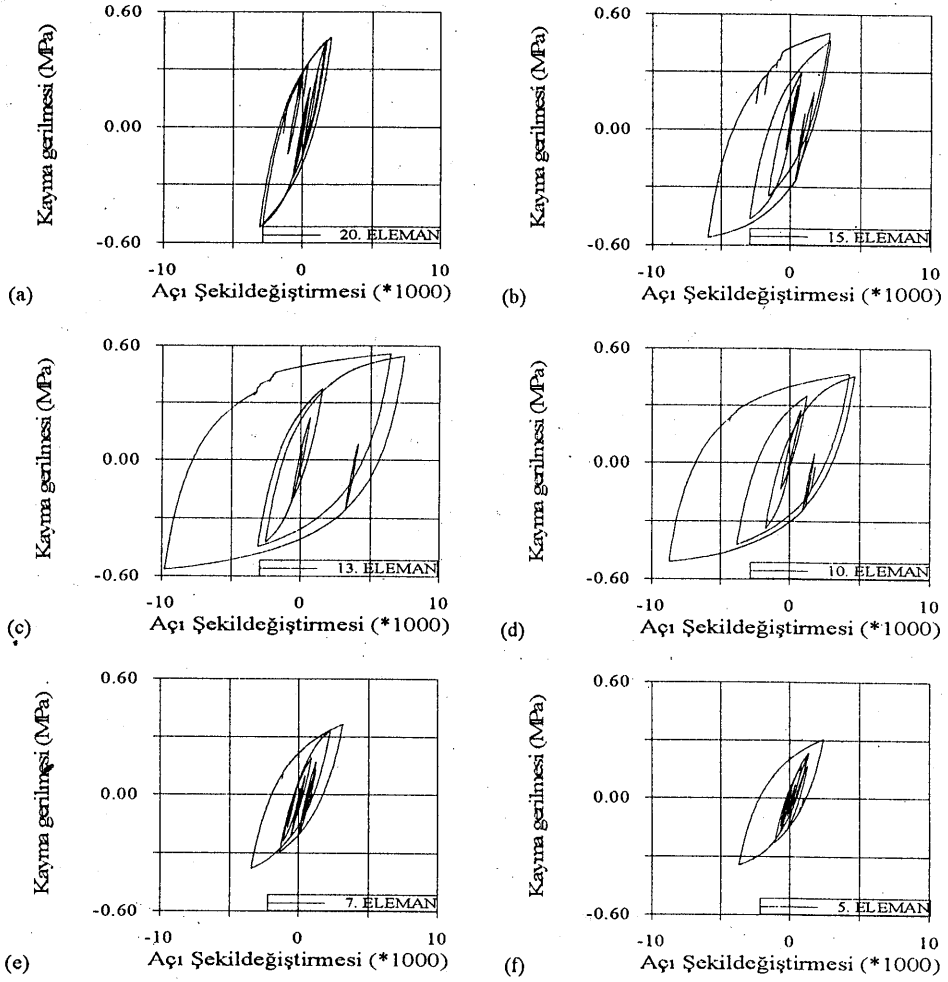
Depremün ilk 10 saniyesi için lineer elastik davranışa ait yerdeğiştirmelerin ve kayma gerilmelerin zamanla değişimi Şekil 7 de elasto-plastik davranışa ait yerdeğiştirmelerin ve gerilmelerin zamanla değişimi de Şekil 8 de eğriler yardımı ile sunulmuştur. Beklendiği gibi yerdeğiştirmeler baraj kretine doğru artarken, gerilmeler azalmaktadır. Yerdeğiştirmelerin oldukça düzgün değişimine karşılık, elastik olmayan davranıştan ortaya çıkan rijitlik azalması nedeniyle karmaşık bir gerilme değişimi gözlenmektedir. Şekil 7 ile 8 in karşılaştırılmasından elasto-plastik davranışta sistem daha yumuşadığından yerdeğiştirmelerin önemli ölçüde arttığı, gerilmelerin ise azaldığı görülmektedir. Şekil 9 da Elasto-plastik davranışa ait değişik tabakalardaki kayma gerilmeleri ile açı şekil değiştirmelerinin birbirlerine olan bağıllığının zaman içindeki izi verilmektedir. Burada çevrimsel davranış açıkça görülmektedir. Geniş ve açık beliren çevrimle de sönüm artmaktadır. Visköz sönüm, hızla orantılı olduğu halde çevrimsel davranıştan ortaya çıkan sönüm şekil değiştirme ile orantılıdır. Barajın üst tabakalarında küçük şekil değiştirmeler ve büyük hızlar ortaya çıktığından viskoz sönüm artmakta, alt tabakalarda ise tersine çevrimsel davranıştan ortaya çıkan sönüm artmaktadır. Şekil 9 da görüldüğü gibi barajın üst tabakalarında malzemedeki şekil değiştirmeler küçük kaldığı için, plastik davranış daha az etkili olmakta ve dinamik davranış küçük ve kapalıya yakın çevrimlerde gerçekleşmektedir. Her iki hale ait yerdeğiştirme, şekil değiştirme ve gerilmelerin baraj yüksekliğince oluşan enbüyük değerleri de karşılaştırmalı olarak Şekil 10 da sunulmuştur. Barajın en alt keşiti en çok zorlanan kesit gibi algılanabilir. Ancak, G nin yükseklik boyunca değişmesi yanında γ_r nin sabit kabul edilmesi ve taban kesitinde alanın üst kesitlere göre büyük olması, en çok zorlanan kesitin daha yukarıda meydana gelmesine sebep olmaktadır. Bu durum Şekil 10 da da görülmektedir.



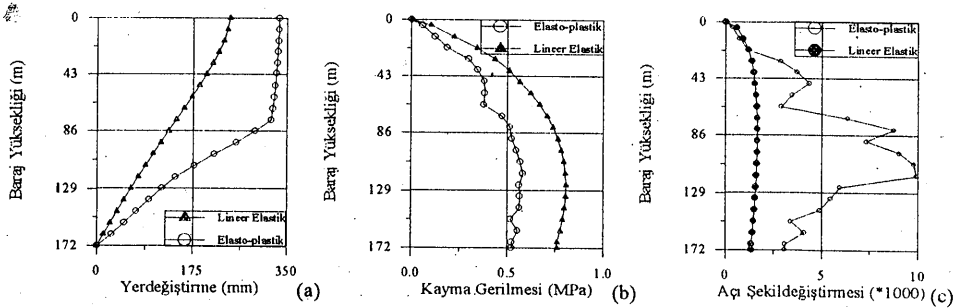
Şekil 7. Elastik davranışta çeşitli tabakalardaki, (a) yerdeğiştirme ve (b) kayma gerilmelerin zamana bağlı değişimleri.



Şekil 8. Elasto-plastik davranışta çeşitli tabakalardaki, (a) yerdeğiştirme ve (b) kayma gerilmelerin zamana bağlı değişimleri.



Şekil 9. Elasto-plastik davranışta kayma gerilmesi-açı şekil değişiminin (a) 20., (b) 15., (c) 13., (d) 10, (e) 7., (f) 5. elemanlardaki zamana bağlı değişimleri.



Şekil 10. Çeşitli tabakalardaki, (a) yerdeğiştirme, (b) gerilme ve (c) şekil değişimlerinin en büyük değerlerinin baraj yüksekliğince değişimleri.

Sonuç olarak, özellikle yüksekliğine göre uzun barajların deprem davranışlarının elde edilmesi için, zaman alıcı ve yoğun üç boyutlu analizlere girmeden sunulan yöntemin kullanılması önerilir. Bu suretle ön boyutların kolayca kontrol edilmesi ve değişik seçeneklerin denenmesi mümkün olacaktır. Ayrıca, karmaşık analizlerde çok sayıdaki sonuçların değerlendirilmesi yerine, sunulan yöntemin problemin ana büyüklüklerinin değişimini vermesi bu yöntemin faydalı bir özelliğidir.

KAYNAKLAR

1. Abdel-Ghaffar A.M., Scott, R.F., (1979), "Toprak Barajlarda Kayma Modülleri ve Sönüm Faktörleri", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.105, Dec., pp.1405-1426, (İngilizce).
2. Celap, Z., Kumbasar, N., (1992),Yapı Dinamiği ve Deprem Mühendisliğine Giriş, Beta Yayınları, İstanbul.
3. Elgamal, A.-W.M., Abdel-Ghaffar, A.M., Prevost, J.H., (1985), "Bir Boyutlu Toprak Baraj Modellerinin Elasto-Plastik Deprem Kayma Davranışı", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.13, No.5, pp.617-633, (İngilizce).
4. Elgamal, A.-W.M., Abdel-Ghaffar, A.M., Prevost, J.-H., (1987),"Toprak Barajların 2 Boyutlu Elasto-Plastik Sismik Davranışı : Teori ", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.113, No.5, May, pp.689-701, (İngilizce).
5. Elgamal, A.-W.M., Abdel-Ghaffar, A.M., Prevost, J.-H., (1987),"Toprak Barajların 2 Boyutlu Elasto-Plastik Sismik Davranışı : Uygulama ", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.113, No.5, May, pp.702-719, (İngilizce).
6. Elgamal, A.-W.M., (1991), "Zemin Sistemlerinin Deprem Altında Çevrimsel Elasto-Plastik Davranışı ", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.20, pp.371-387, (İngilizce).
7. Elgamal, A.-W.M., Gunturi, R.V., (1993), "El Infiernillo Barajı Dinamik ve Sismik Davranışı", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.22, pp.665-684, (İngilizce).
8. Idriss I.M., Seed, H.B., (1968), "Yatay Zemin Tabakalarının Sismik Davranışı", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol.94, No.4, Jul., pp.1003-1031, (İngilizce).
9. Makdasi, F.I., Kagawa, T., Seed, H.B., (1982), "Üçgen Biçimli Vadilerdeki Toprak Barajların Sismik Davranışı", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.108, No.10, Oct., pp.1328-1337, (İngilizce).
10. Özcan, Z., Celap, Z., (1994), "Deprem Yükleri Altında Yatay Tabakalı Zeminlerin Elasto-Plastik Davranışı", İnşaat Mühendisliğinde Bilgisayar Kullanımı 4.Sempozyumu, İstanbul.
11. Prevost, J.H., Abdel-Ghaffar, A.M. Lacy, S.J., (1985), "Bir Toprak Barajın Doğrusal Olmayan Dinamik Analizi", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.111, No.7, Jul., pp.882-897, (İngilizce).
12. Prevost, J.H., Abdel-Ghaffar, A.M., Elgamal, A.-W.M., (1985), "Zemin Sistemlerinin Doğrusal Olmayan Çevrimsel Dinamik Davranışı", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.111, No.5, May., pp.696-713, (İngilizce).